

제 2 교시

# 수학 영역(가형)

짜수형

5지선다형

1. 두 벡터  $\vec{a} = (1, 3)$ ,  $\vec{b} = (5, -6)$ 에 대하여 벡터  $\vec{a} - \vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{6x} - 1}{\ln(1 + 3x)}$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

3.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \sin x dx$ 의 값은? [2점]

- ① 0      ②  $\frac{1}{2}$       ③ 1      ④  $\frac{3}{2}$       ⑤ 2

4. 두 사건  $A$ 와  $B$ 는 서로 독립이고

$$P(B^c) = \frac{1}{3}, P(A|B) = \frac{1}{2}$$

일 때,  $P(A)P(B)$ 의 값은? (단,  $B^c$ 은  $B$ 의 여사건이다.) [3점]

- ①  $\frac{1}{6}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{2}{3}$       ⑤  $\frac{5}{6}$

5. 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 네 개를 택해 일렬로 나열하여 만든 네 자리의 자연수가 5의 배수인 경우의 수는? [3점]

- ① 115    ② 120    ③ 125    ④ 130    ⑤ 135

6. 함수  $f(x) = x^3 + x + 1$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 할 때,  $g'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 1    ②  $\frac{4}{5}$     ③  $\frac{2}{3}$     ④  $\frac{2}{5}$     ⑤  $\frac{1}{3}$

7. 한 개의 주사위를 3번 던질 때, 4의 눈이 한 번만 나올 확률은? [3점]

- ①  $\frac{25}{72}$     ②  $\frac{13}{36}$     ③  $\frac{3}{8}$     ④  $\frac{7}{18}$     ⑤  $\frac{29}{72}$

8. 좌표공간의 두 점  $A(1, a, -6)$ ,  $B(-3, 2, b)$ 에 대하여 선분 AB를 3:2로 외분하는 점이  $x$ 축 위에 있을 때,  $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① -5    ② -4    ③ -3    ④ -2    ⑤ -1

9.  $\int_1^e \ln \frac{x}{e} dx$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{2}-e$     ②  $1-e$     ③  $\frac{1}{e}-2$     ④  $2-e$     ⑤  $\frac{1}{e}-1$

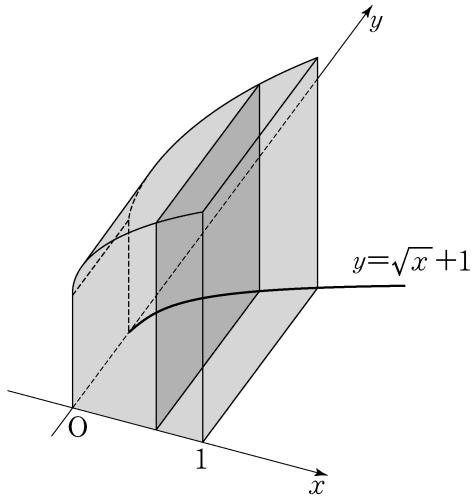
10. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각  $t(t > 0)$ 에서의 위치  $(x, y)$ 가

$$x = t - \frac{2}{t}, \quad y = 2t + \frac{1}{t}$$

이다. 시각  $t=1$ 에서 점 P의 속력은? [3점]

- ①  $2\sqrt{2}$     ② 3    ③  $\sqrt{10}$     ④  $\sqrt{11}$     ⑤  $2\sqrt{3}$

11. 그림과 같이 곡선  $y = \sqrt{x} + 1$ 과  $x$ 축,  $y$ 축 및 직선  $x=1$ 로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을  $x$ 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



- ①  $\frac{7}{3}$     ②  $\frac{5}{2}$     ③  $\frac{8}{3}$     ④  $\frac{17}{6}$     ⑤ 3

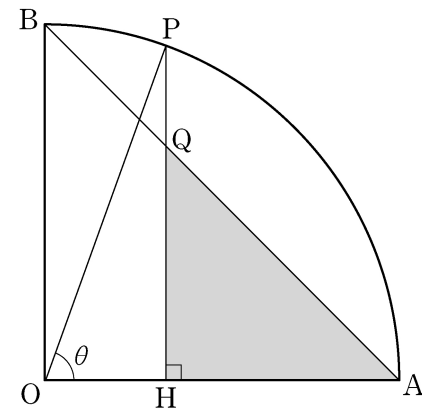
12. 좌표공간에서 평면  $2x+2y-z+5=0$ 과  $xy$ 평면이 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{12}$     ②  $\frac{1}{6}$     ③  $\frac{1}{4}$     ④  $\frac{1}{3}$     ⑤  $\frac{5}{12}$

13. 정규분포  $N(0, 4^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 9인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을  $\bar{X}$ , 정규분포  $N(3, 2^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 16인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을  $\bar{Y}$ 라 하자.  
 $P(\bar{X} \geq 1) = P(\bar{Y} \leq a)$ 를 만족시키는 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{23}{8}$     ②  $\frac{11}{4}$     ③  $\frac{21}{8}$     ④  $\frac{5}{2}$     ⑤  $\frac{19}{8}$

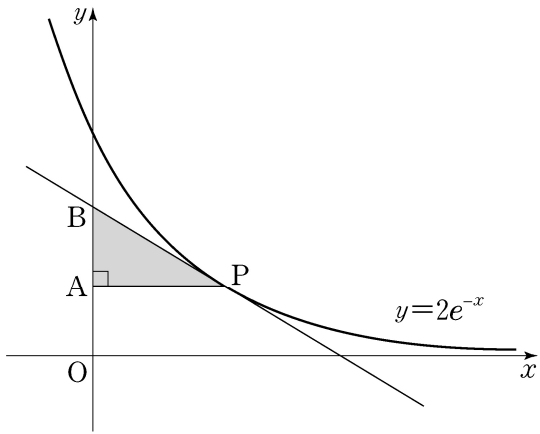
14. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 H, 선분 PH와 선분 AB의 교점을 Q라 하자.  $\angle POH = \theta$ 일 때, 삼각형 AQH의 넓이를  $S(\theta)$ 라 하자.  
 $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^4}$ 의 값은? (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ) [4점]



- ①  $\frac{1}{8}$     ②  $\frac{1}{4}$     ③  $\frac{3}{8}$     ④  $\frac{1}{2}$     ⑤  $\frac{5}{8}$

15. 곡선  $y=2e^{-x}$  위의 점  $P(t, 2e^{-t})$  ( $t>0$ )에서  $y$ 축에 내린 수선의 발을  $A$ 라 하고, 점  $P$ 에서의 접선이  $y$ 축과 만나는 점을  $B$ 라 하자. 삼각형  $APB$ 의 넓이가 최대가 되도록 하는  $t$ 의 값은? [4점]

- ① 1      ②  $\frac{e}{2}$       ③  $\sqrt{2}$       ④ 2      ⑤  $e$



16. 좌표공간에서 원점에 대한 세 점  $A, B, C$ 의 위치벡터를 차례로  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 라 할 때, 이들 벡터 사이의 내적을 표로 나타내면 다음과 같다.

$\cdot$	$\vec{a}$	$\vec{b}$	$\vec{c}$
$\vec{a}$	2	1	$-\sqrt{2}$
$\vec{b}$	1	2	0
$\vec{c}$	$-\sqrt{2}$	0	2

예를 들어,  $\vec{a} \cdot \vec{c} = -\sqrt{2}$ 이다. 세 점  $A, B, C$ 에 대하여 두 점 사이의 거리의 대소 관계로 옳은 것은? [4점]

- ①  $\overline{AB} < \overline{AC} < \overline{BC}$   
 ②  $\overline{AB} < \overline{BC} < \overline{AC}$   
 ③  $\overline{AC} < \overline{AB} < \overline{BC}$   
 ④  $\overline{BC} < \overline{AB} < \overline{AC}$   
 ⑤  $\overline{BC} < \overline{AC} < \overline{AB}$

17. 좌표평면 위의 한 점  $(x, y)$ 에서 세 점  $(x+1, y)$ ,  $(x, y+1)$ ,  $(x+1, y+1)$  중 한 점으로 이동하는 것을 점프라 하자.  
 점프를 반복하여 점  $(0, 0)$ 에서 점  $(4, 3)$ 까지 이동하는 모든 경우 중에서, 임의로 한 경우를 선택할 때 나오는 점프의 횟수를 확률변수  $X$ 라 하자. 다음은 확률변수  $X$ 의 평균  $E(X)$ 를 구하는 과정이다. (단, 각 경우가 선택되는 확률은 동일하다.)

점프를 반복하여 점  $(0, 0)$ 에서 점  $(4, 3)$ 까지 이동하는 모든 경우의 수를  $N$ 이라 하자. 확률변수  $X$ 가 가질 수 있는 값 중 가장 작은 값을  $k$ 라 하면  $k = \boxed{\text{(가)}}$  이고, 가장 큰 값은  $k+3$ 이다.

$$P(X=k) = \frac{1}{N} \times \frac{4!}{3!} = \frac{4}{N}$$

$$P(X=k+1) = \frac{1}{N} \times \frac{5!}{2!2!} = \frac{30}{N}$$

$$P(X=k+2) = \frac{1}{N} \times \boxed{\text{(나)}}$$

$$P(X=k+3) = \frac{1}{N} \times \frac{7!}{3!4!} = \frac{35}{N}$$

이고

$$\sum_{i=k}^{k+3} P(X=i) = 1$$

이므로  $N = \boxed{\text{(다)}}$  이다.

따라서 확률변수  $X$ 의 평균  $E(X)$ 는 다음과 같다.

$$E(X) = \sum_{i=k}^{k+3} \{i \times P(X=i)\} = \frac{257}{43}$$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각  $a, b, c$ 라 할 때,  $a+b+c$ 의 값은? [4점]

- ① 190    ② 193    ③ 196    ④ 199    ⑤ 202

18. 확률변수  $X$ 는 평균이  $m$ , 표준편차가 5인 정규분포를 따르고, 확률변수  $X$ 의 확률밀도함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $f(10) > f(20)$   
 (나)  $f(4) < f(22)$

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.6	0.226
0.8	0.288
1.0	0.341
1.2	0.385
1.4	0.419

$m$ 이 자연수일 때,  $P(17 \leq X \leq 18)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

- ① 0.044    ② 0.053    ③ 0.062    ④ 0.078    ⑤ 0.097

19. 두 양수  $k, p$ 에 대하여 점  $A(-k, 0)$ 에서 포물선  $y^2 = 4px$ 에  
그은 두 접선이  $y$ 축과 만나는 두 점을 각각  $F, F'$ , 포물선과  
만나는 두 점을 각각  $P, Q$ 라 할 때,  $\angle PAQ = \frac{\pi}{3}$ 이다.  
두 점  $F, F'$ 을 초점으로 하고 두 점  $P, Q$ 를 지나는 타원의  
장축의 길이가  $4\sqrt{3}+12$ 일 때,  $k+p$ 의 값은? [4점]

- ① 8      ② 10      ③ 12      ④ 14      ⑤ 16

20. 함수  $f(x) = e^{-x} \int_0^x \sin(t^2) dt$ 에 대하여 <보기>에서 옳은  
것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ.  $f(\sqrt{\pi}) > 0$   
 ㄴ.  $f'(a) > 0$ 을 만족시키는  $a$ 가 열린 구간  $(0, \sqrt{\pi})$ 에  
적어도 하나 존재한다.  
 ㄷ.  $f'(b) = 0$ 을 만족시키는  $b$ 가 열린 구간  $(0, \sqrt{\pi})$ 에  
적어도 하나 존재한다.

- ① ㄱ      ② ㄷ      ③ ㄱ, ㄴ      ④ ㄴ, ㄷ      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



21. 닫힌 구간  $[0, 1]$ 에서 증가하는 연속함수  $f(x)$ 가

$$\int_0^1 f(x) dx = 2, \int_0^1 |f(x)| dx = 2\sqrt{2}$$

를 만족시킨다. 함수  $F(x)$ 가

$$F(x) = \int_0^x |f(t)| dt \quad (0 \leq x \leq 1)$$

일 때,  $\int_0^1 f(x)F(x) dx$ 의 값은? [4점]

- ①  $4 - \sqrt{2}$       ②  $2 + \sqrt{2}$       ③  $5 - \sqrt{2}$   
 ④  $1 + 2\sqrt{2}$       ⑤  $2 + 2\sqrt{2}$

단답형

22.  ${}_4H_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 부등식  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-5} \geq 4$ 를 만족시키는 모든 자연수  $x$ 의 값의 합을 구하시오. [3점]

24. 좌표공간에서 평면  $x+8y-4z+k=0$ 이

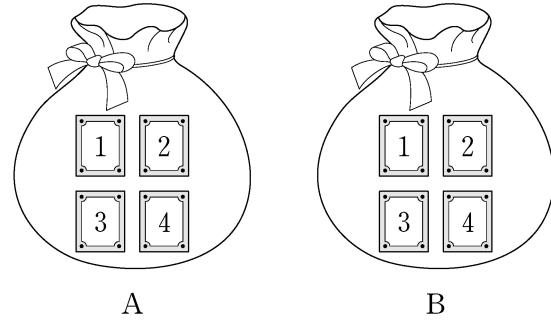
구  $x^2+y^2+z^2+2y-3=0$ 에 접하도록 하는 모든 실수  $k$ 의 값의 합을 구하시오. [3점]

25.  $0 < x < 2\pi$ 일 때, 방정식  $\cos^2 x - \sin x = 1$ 의 모든 실근의

합은  $\frac{q}{p}\pi$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

26. 두 주머니 A와 B에는 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 4장의 카드가 각각 들어 있다. 갑은 주머니 A에서, 을은 주머니 B에서 각자 임의로 두 장의 카드를 꺼내어 가진다. 갑이 가진 두 장의 카드에 적힌 수의 합과 을이 가진 두 장의 카드에 적힌 수의 합이 같을 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



27. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수  $a, b, c$ 의 모든 순서쌍  $(a, b, c)$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가)  $a+b+c=7$   
 (나)  $2^a \times 4^b$ 은 8의 배수이다.

28. 점근선의 방정식이  $y = \pm \frac{4}{3}x$ 이고 두 초점이  $F(c, 0)$ ,  $F'(-c, 0)$  ( $c > 0$ )인 쌍곡선이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 쌍곡선 위의 한 점  $P$ 에 대하여  $\overline{PF'} = 30$ ,  
 $16 \leq \overline{PF} \leq 20$ 이다.  
 (나)  $x$ 좌표가 양수인 꼭짓점  $A$ 에 대하여 선분  $AF$ 의 길이는 자연수이다.

이 쌍곡선의 주축의 길이를 구하시오. [4점]

29. 한 모서리의 길이가 4인 정사면체 ABCD에서 삼각형 ABC의 무게중심을 O, 선분 AD의 중점을 P라 하자. 정사면체 ABCD의 한 면 BCD 위의 점 Q에 대하여 두 벡터  $\overrightarrow{OQ}$ 와  $\overrightarrow{OP}$ 가 서로 수직일 때,  $|\overrightarrow{PQ}|$ 의 최댓값은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30.  $x > a$ 에서 정의된 함수  $f(x)$ 와 최고차항의 계수가  $-1$ 인 사차함수  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다. (단,  $a$ 는 상수이다.)

- (가)  $x > a$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여  $(x-a)f(x) = g(x)$ 이다.  
 (나) 서로 다른 두 실수  $\alpha, \beta$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 는  $x = \alpha$ 와  $x = \beta$ 에서 동일한 극댓값  $M$ 을 갖는다. (단,  $M > 0$ )  
 (다) 함수  $f(x)$ 가 극대 또는 극소가 되는  $x$ 의 개수는 함수  $g(x)$ 가 극대 또는 극소가 되는  $x$ 의 개수보다 많다.

$\beta - \alpha = 6\sqrt{3}$  일 때,  $M$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.