

제 2 교시

수학 영역(B형)

출수형

5지선다형

1. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A+B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{3x}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

3. 함수 $f(x) = \sin x + \sqrt{7} \cos x - \sqrt{2}$ 의 최댓값은? [2점]

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

4. $\int_0^1 3\sqrt{x} dx$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 좌표공간에서 두 점 $A(2, a, -2)$, $B(5, -3, b)$ 에 대하여 선분 AB 를 2:1로 내분하는 점이 x 축 위에 있을 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 9 ③ 8 ④ 7 ⑤ 6

6. 두 일차변환 f, g 를 나타내는 행렬을 각각 $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ 이라 하자. 합성변환 $f \circ g$ 에 의하여 점 $(1, 2)$ 가 점 $(a, 6)$ 으로 옮겨질 때, a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1=3$, $a_2=1$ 일 때,

$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^2$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{81}{8}$ ② $\frac{83}{8}$ ③ $\frac{85}{8}$ ④ $\frac{87}{8}$ ⑤ $\frac{89}{8}$

8. 두 사건 A, B 에 대하여 A^C 과 B 는 서로 배반사건이고

$$P(A) = 2P(B) = \frac{3}{5}$$

일 때, $P(A \cap B^C)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.)

[3점]

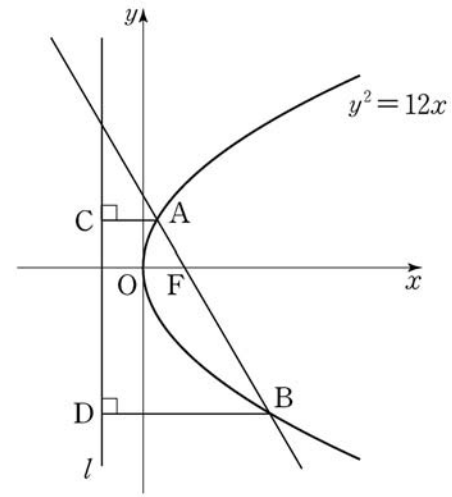
- ① $\frac{7}{20}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{3}{20}$

9. 함수 $f(x) = \frac{1}{x}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(1 + \frac{2k}{n}\right) \frac{2}{n}$ 의 값은?

[3점]

- ① $\ln 2$ ② $\ln 3$ ③ $2\ln 2$ ④ $\ln 5$ ⑤ $\ln 6$

10. 그림과 같이 포물선 $y^2 = 12x$ 의 초점 F 를 지나는 직선과 포물선이 만나는 두 점 A, B 에서 준선 l 에 내린 수선의 발을 각각 C, D 라 하자. $\overline{AC} = 4$ 일 때, 선분 BD 의 길이는? [3점]



- ① 12 ② $\frac{25}{2}$ ③ 13 ④ $\frac{27}{2}$ ⑤ 14

11. 어느 공장에서 생산되는 과자 1봉지의 무게는 평균이 75g, 표준편차가 2g인 정규분포를 따른다고 한다.

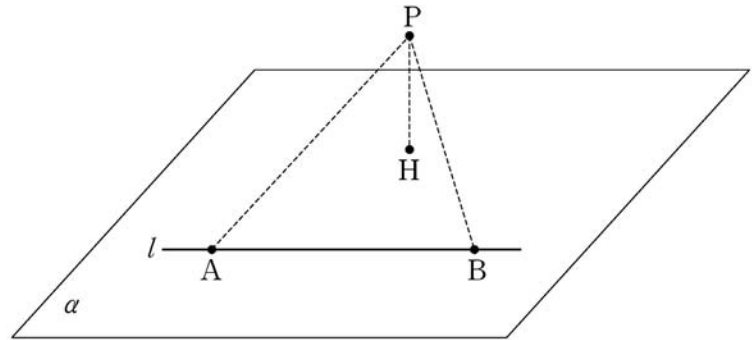
이 공장에서 생산된 과자 중 임의로 선택한 과자 1봉지의 무게가 76g 이상이고 78g 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

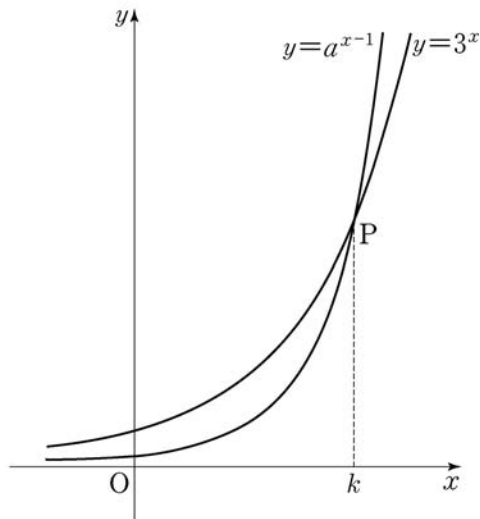
- ① 0.0440 ② 0.0919 ③ 0.1359
- ④ 0.1498 ⑤ 0.2417

12. 평면 α 위에 있는 서로 다른 두 점 A, B를 지나는 직선을 l 이라 하고, 평면 α 위에 있지 않은 점 P에서 평면 α 에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\overline{AB} = \overline{PA} = \overline{PB} = 6$, $\overline{PH} = 4$ 일 때, 점 H와 직선 l 사이의 거리는? [3점]

- ① $\sqrt{11}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{13}$ ④ $\sqrt{14}$ ⑤ $\sqrt{15}$



[13~14] $a > 3$ 인 상수 a 에 대하여 두 곡선 $y = a^{x-1}$ 과 $y = 3^x$ 이 점 P에서 만난다. 점 P의 x 좌표를 k 라 할 때, 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{a}{3}\right)^{n+k}}{\left(\frac{a}{3}\right)^{n+1} + 1}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 점 P에서 곡선 $y = 3^x$ 에 접하는 직선이 x 축과 만나는 점을 A, 점 P에서 곡선 $y = a^{x-1}$ 에 접하는 직선이 x 축과 만나는 점을 B라 하자. 점 $H(k, 0)$ 에 대하여 $\overline{AH} = 2\overline{BH}$ 일 때, a 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

15. 어느 학교의 전체 학생 320명을 대상으로 수학동아리 가입 여부를 조사한 결과 남학생의 60%와 여학생의 50%가 수학동아리에 가입하였다고 한다. 이 학교의 수학동아리에 가입한 학생 중 임의로 1명을 선택할 때 이 학생이 남학생일 확률을 p_1 , 이 학교의 수학동아리에 가입한 학생 중 임의로 1명을 선택할 때 이 학생이 여학생일 확률을 p_2 라 하자. $p_1 = 2p_2$ 일 때, 이 학교의 남학생의 수는? [4점]

- ① 170 ② 180 ③ 190 ④ 200 ⑤ 210

16. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$A^2 - AB = 3E, \quad A^2B - B^2A = A + B$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

—<보 기>—

- ㄱ. A 의 역행렬이 존재한다.
 ㄴ. $AB = BA$
 ㄷ. $(A + 2B)^2 = 24E$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1=1$ 이고, $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 라 할 때,

$$a_{n+1} = (n+1)S_n + n! \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

자연수 n 에 대하여 $a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$ 이므로 주어진 식에 의하여

$$S_{n+1} = (n+2)S_n + n! \quad (n \geq 1)$$

이다. 양변을 $(n+2)!$ 로 나누면

$$\frac{S_{n+1}}{(n+2)!} = \frac{S_n}{(n+1)!} + \frac{1}{(n+1)(n+2)}$$

이다. $b_n = \frac{S_n}{(n+1)!}$ 이라 하면 $b_1 = \frac{1}{2}$ 이고

$$b_{n+1} = b_n + \frac{1}{(n+1)(n+2)}$$

이다. 수열 $\{b_n\}$ 의 일반항을 구하면

$$b_n = \frac{\boxed{\text{가}}}{n+1}$$

이므로

$$S_n = \boxed{\text{가}} \times n!$$

이다. 그러므로

$$a_n = \boxed{\text{나}} \times (n-1)! \quad (n \geq 1)$$

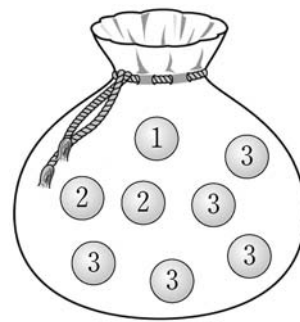
이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $f(7)+g(6)$ 의 값은? [4점]

- ① 44 ② 41 ③ 38 ④ 35 ⑤ 32

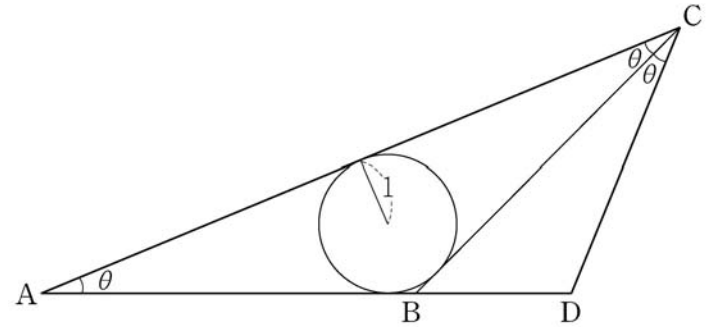
18. 주머니 속에 1의 숫자가 적혀 있는 공 1개, 2의 숫자가 적혀 있는 공 2개, 3의 숫자가 적혀 있는 공 5개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는다. 이와 같은 시행을 2번 반복할 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 수의 평균을 \bar{X} 라 하자. $P(\bar{X}=2)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{5}{32}$ ② $\frac{11}{64}$ ③ $\frac{3}{16}$ ④ $\frac{13}{64}$ ⑤ $\frac{7}{32}$



19. 좌표공간에서 직선 $l: \frac{x}{2} = 6 - y = z - 6$ 과 평면 α 가 점 $P(2, 5, 7)$ 에서 수직으로 만난다. 직선 l 위의 점 $A(a, b, c)$ 와 평면 α 위의 점 Q 에 대하여 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ} = 6$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은? (단, $a > 0$) [4점]
- ① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

20. 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 원에 외접하고 $\angle CAB = \angle BCA = \theta$ 인 이등변삼각형 ABC 가 있다. 선분 AB 의 연장선 위에 점 A 가 아닌 점 D 를 $\angle DCB = \theta$ 가 되도록 잡는다. 삼각형 BDC 의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow +0} \{\theta \times S(\theta)\}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



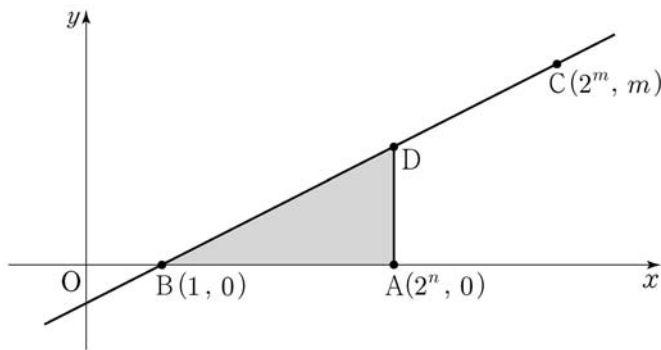
- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{8}{9}$ ③ $\frac{10}{9}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{14}{9}$

21. 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 가장 작은

자연수 m 을 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은? [4점]

- (가) 점 A의 좌표는 $(2^n, 0)$ 이다.
 (나) 두 점 B(1, 0)과 C(2^m , m)을 지나는 직선 위의 점 중 x 좌표가 2^n 인 점을 D라 할 때, 삼각형 ABD의 넓이는 $\frac{m}{2}$ 보다 작거나 같다.

- ① 109 ② 111 ③ 113 ④ 115 ⑤ 117



단답형

22. 로그방정식 $\log_2(x+6) = 5$ 의 해를 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = \cos x + 4e^{2x}$ 에 대하여 $f'(0)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 무리방정식 $x^2 - 6x - \sqrt{x^2 - 6x - 1} = 3$ 의 모든 실근의 곱을 k 라 할 때, k^2 의 값을 구하시오. [3점]

26. 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $a \times b \times c$ 는 홀수이다.

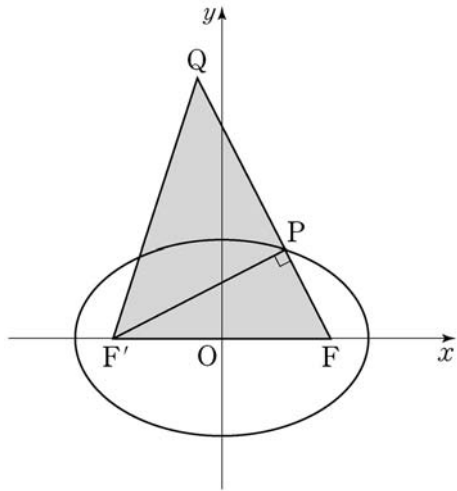
(나) $a \leq b \leq c \leq 20$

25. 디지털 사진을 압축할 때 원본 사진과 압축한 사진의 다른 정도를 나타내는 지표인 최대 신호 대 잡음비를 P , 원본 사진과 압축한 사진의 평균제곱오차를 E 라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$P = 20 \log 255 - 10 \log E \quad (E > 0)$$

두 원본 사진 A, B 를 압축했을 때 최대 신호 대 잡음비를 각각 P_A, P_B 라 하고, 평균제곱오차를 각각 $E_A (E_A > 0), E_B (E_B > 0)$ 이라 하자. $E_B = 100E_A$ 일 때, $P_A - P_B$ 의 값을 구하시오. [3점]

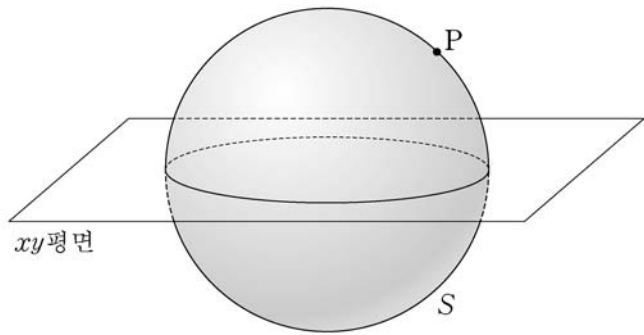
27. 타원 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 의 두 초점 중 x 좌표가 양수인 점을 F , 음수인 점을 F' 이라 하자. 이 타원 위의 점 P 를 $\angle FPF' = \frac{\pi}{2}$ 가 되도록 제1사분면에서 잡고, 선분 FP 의 연장선 위에 y 좌표가 양수인 점 Q 를 $\overline{FQ} = 6$ 이 되도록 잡는다. 삼각형 $QF'F$ 의 넓이를 구하시오. [4점]



28. 양수 a 에 대하여 함수 $f(x) = \int_0^x (a-t)e^t dt$ 의 최댓값이 32이다. 곡선 $y = 3e^x$ 과 두 직선 $x = a, y = 3$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [4점]

29. 좌표공간에 구 $S: x^2 + y^2 + z^2 = 50$ 과 점 $P(0, 5, 5)$ 가 있다. 다음 조건을 만족시키는 모든 원 C 에 대하여 C 의 xy 평면 위로의 정사영의 넓이의 최댓값을 $\frac{q}{p}\pi$ 라 하자. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

- (가) 원 C 는 점 P 를 지나는 평면과 구 S 가 만나서 생긴다.
- (나) 원 C 의 반지름의 길이는 1이다.



30. 함수 $f(x) = e^{x+1} - 1$ 과 자연수 n 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = 100|f(x)| - \sum_{k=1}^n |f(x^k)|$$

이라 하자. $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.