

제 2 교시

수리 영역(나형)

짝수형

1.  $27^{\frac{1}{3}} + \log_2 4$ 의 값은? [2점]

- ① 5      ② 4      ③ 3      ④ 2      ⑤ 1

2. 두 행렬  $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬  $AB + 2B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)(3n-1)}{2n^2+1}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{3}{2}$       ② 2      ③  $\frac{5}{2}$       ④ 3      ⑤  $\frac{7}{2}$

4. 지수방정식  $2^x + 2^{2-x} = 5$ 의 모든 실근의 합은? [3점]

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

5. 두 사건  $A$ 와  $B$ 는 서로 배반사건이고

$$P(A) = P(B), \quad P(A)P(B) = \frac{1}{9}$$

일 때,  $P(A \cup B)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{5}{6}$       ②  $\frac{2}{3}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{1}{3}$       ⑤  $\frac{1}{6}$

6. 어느 회사원이 처리해야 할 업무는 A, B를 포함하여 모두 6가지이다. 이 중에서 A, B를 포함한 4가지 업무를 오늘 처리하려고 하는데, A를 B보다 먼저 처리해야 한다. 오늘 처리할 업무를 택하고, 택한 업무의 처리 순서를 정하는 경우의 수는? [3점]

- ① 84      ② 78      ③ 72      ④ 66      ⑤ 60

7. 철수가 받은 전자우편의 10%는 '여행'이라는 단어를 포함한다. '여행'을 포함한 전자우편의 50%가 광고이고, '여행'을 포함하지 않은 전자우편의 20%가 광고이다. 철수가 받은 한 전자우편이 광고일 때, 이 전자우편이 '여행'을 포함할 확률은? [3점]

- ①  $\frac{5}{23}$       ②  $\frac{6}{23}$       ③  $\frac{7}{23}$       ④  $\frac{8}{23}$       ⑤  $\frac{9}{23}$

8. 확률변수  $X$ 의 확률분포표는 다음과 같다.

$X$	0	1	2	계
$P(X=x)$	$\frac{2}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{2}{7}$	1

확률변수  $7X$ 의 분산  $V(7X)$ 의 값은? [3점]

- ① 14      ② 21      ③ 28      ④ 35      ⑤ 42

9. 어느 공장에서 생산되는 병의 내압강도는 정규분포

$N(m, \sigma^2)$ 을 따르고, 내압강도가 40보다 작은 병은 불량품으로 분류한다. 이 공장의 공정능력을 평가하는 공정능력지수  $G$ 는

$$G = \frac{m-40}{3\sigma}$$

으로 계산한다.  $G=0.8$ 일 때, 임의로 추출한 한 개의 병이 불량품일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
2.2	0.4861
2.3	0.4893
2.4	0.4918
2.5	0.4938

- ① 0.0038      ② 0.0062      ③ 0.0082  
 ④ 0.0107      ⑤ 0.0139

10. 조개류는 현탁물을 여과한다. 수온이  $t(^{\circ}\text{C})$ 이고 개체중량이  $w(\text{g})$ 일 때, A 조개와 B 조개가 1시간 동안 여과하는 양(L)을 각각  $Q_A, Q_B$ 라고 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$Q_A = 0.01t^{1.25}w^{0.25}$$

$$Q_B = 0.05t^{0.75}w^{0.30}$$

수온이  $20^{\circ}\text{C}$ 이고 A 조개와 B 조개의 개체중량이 각각 8g일

때,  $\frac{Q_A}{Q_B}$ 의 값은  $2^a \times 5^b$ 이다.  $a+b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는

유리수이다.) [3점]

- ① 0.15                      ② 0.35                      ③ 0.55  
 ④ 0.75                      ⑤ 0.95

11.  $x, y$ 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} 5 - \log_2 a & 2 \\ 3 & \log_2 a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

이  $x=0, y=0$  이외의 해를 갖도록 하는 모든  $a$ 값의 합은? [3점]

- ① 8                      ② 10                      ③ 12                      ④ 16                      ⑤ 20

12. 다음은 모든 자연수  $n$ 에 대하여 등식

$$\sum_{k=0}^n \frac{{}^n C_k}{n+4} = \frac{n+5}{5}$$

가 성립함을 수학적귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

(1)  $n=1$ 일 때,

$$(\text{좌변}) = \frac{{}^1 C_0}{5} + \frac{{}^1 C_1}{5} = \frac{6}{5}, (\text{우변}) = \frac{1+5}{5} = \frac{6}{5}$$

이므로 주어진 등식은 성립한다.

(2)  $n=m$ 일 때, 등식

$$\sum_{k=0}^m \frac{{}^m C_k}{m+4} = \frac{m+5}{5}$$

가 성립한다고 가정하자.  $n=m+1$ 일 때,

$$\sum_{k=0}^{m+1} \frac{{}^{m+1} C_k}{m+5} = \boxed{\text{(가)}} + \sum_{k=0}^m \frac{{}^{m+1} C_{k+1}}{m+5}$$

이다. 자연수  $l$ 에 대하여

$${}^{l+1} C_{k+1} = \boxed{\text{(나)}} \cdot {}^l C_k \quad (0 \leq k \leq l)$$

이므로

$$\sum_{k=0}^m \frac{{}^{m+1} C_{k+1}}{m+5} = \boxed{\text{(다)}} \cdot \sum_{k=0}^m \frac{{}^m C_k}{m+4}$$

이다. 따라서

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{m+1} \frac{{}^{m+1} C_k}{m+5} &= \boxed{\text{(가)}} + \boxed{\text{(다)}} \cdot \sum_{k=0}^m \frac{{}^m C_k}{m+4} \\ &= \frac{m+6}{5} \end{aligned}$$

이다.

그러므로 모든 자연수  $n$ 에 대하여 주어진 등식이 성립한다.

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

- |   | (가)   | (나)               | (다)               |
|---|-------|-------------------|-------------------|
| ① | 1     | $\frac{l+2}{k+2}$ | $\frac{m+1}{m+4}$ |
| ② | 1     | $\frac{l+1}{k+1}$ | $\frac{m+1}{m+5}$ |
| ③ | 1     | $\frac{l+1}{k+1}$ | $\frac{m+1}{m+4}$ |
| ④ | $m+1$ | $\frac{l+1}{k+1}$ | $\frac{m+1}{m+5}$ |
| ⑤ | $m+1$ | $\frac{l+2}{k+2}$ | $\frac{m+1}{m+4}$ |

13. 이차정사각행렬  $A$ 와 행렬  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여

$(BA)^2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ 일 때, 행렬  $(AB)^2$ 은? [4점]

- ①  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$       ②  $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$       ③  $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$   
 ④  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$       ⑤  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

14. 두 인형 A, B에게 색이 정해지지 않은 셔츠와 바지를 모두 입힌 후, 입힌 옷의 색을 정하는 컴퓨터 게임이 있다. 서로 다른 모양의 셔츠와 바지가 각각 3개씩 있고, 각 옷의 색은 빨강과 초록 중 하나를 정한다. 한 인형에게 입힌 셔츠와 바지는 다른 인형에게 입히지 않는다. A 인형의 셔츠와 바지의 색은 서로 다르게 정하고, B 인형의 셔츠와 바지의 색도 서로 다르게 정한다. 이 게임에서 두 인형 A, B에게 셔츠와 바지를 입히고 색을 정할 때, 그 결과로 나타날 수 있는 경우의 수는? [4점]

- ① 108      ② 144      ③ 180      ④ 216      ⑤ 252

15. 그림과 같이 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 3인 원  $O_1$ 을 그리고, 원  $O_1$ 이 좌표축과 만나는 네 점을 각각  $A_1(0, 3)$ ,  $B_1(-3, 0)$ ,  $C_1(0, -3)$ ,  $D_1(3, 0)$ 이라 하자. 두 점  $B_1, D_1$ 을 모두 지나고 두 점  $A_1, C_1$ 을 각각 중심으로 하는 두 원이 원  $O_1$ 의 내부에서  $y$ 축과 만나는 점을 각각  $C_2, A_2$ 라 하자. 호  $B_1A_1D_1$ 과 호  $B_1A_2D_1$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를  $S_1$ , 호  $B_1C_1D_1$ 과 호  $B_1C_2D_1$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를  $T_1$ 이라 하자.

선분  $A_2C_2$ 를 지름으로 하는 원  $O_2$ 를 그리고, 원  $O_2$ 가  $x$ 축과 만나는 두 점을 각각  $B_2, D_2$ 라 하자. 두 점  $B_2, D_2$ 를 모두 지나고 두 점  $A_2, C_2$ 를 각각 중심으로 하는 두 원이 원  $O_2$ 의 내부에서  $y$ 축과 만나는 점을 각각  $C_3, A_3$ 이라 하자.

호  $B_2A_2D_2$ 와 호  $B_2A_3D_2$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를  $S_2$ ,

호  $B_2C_2D_2$ 와 호  $B_2C_3D_2$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를  $T_2$ 라

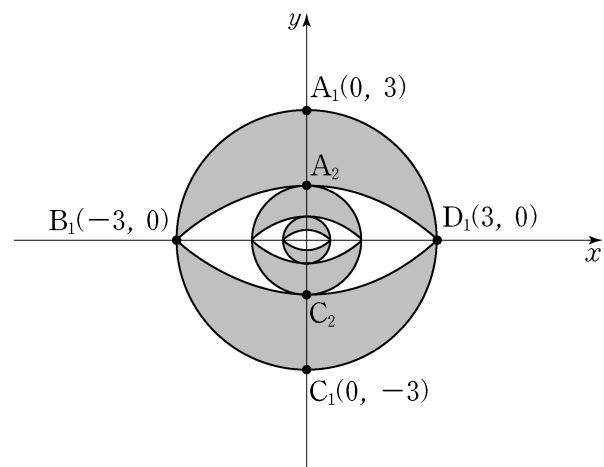
하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 호  $B_nA_nD_n$ 과

호  $B_nA_{n+1}D_n$ 으로 둘러싸인 도형의 넓이를  $S_n$ , 호  $B_nC_nD_n$ 과

호  $B_nC_{n+1}D_n$ 으로 둘러싸인 도형의 넓이를  $T_n$ 이라 할 때,

$\sum_{n=1}^{\infty} (S_n + T_n)$ 의 값은? [4점]



- ①  $6(\sqrt{2}+1)$       ②  $6(\sqrt{3}+1)$       ③  $6(\sqrt{5}+1)$   
 ④  $9(\sqrt{2}+1)$       ⑤  $9(\sqrt{3}+1)$

16. 자연수  $n(n \geq 2)$ 에 대하여 직선  $y = -x + n$ 과 곡선  $y = |\log_2 x|$ 가 만나는 서로 다른 두 점의  $x$ 좌표를 각각  $a_n, b_n(a_n < b_n)$ 이라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ.  $a_2 < \frac{1}{4}$

ㄴ.  $0 < \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$

ㄷ.  $1 - \frac{\log_2 n}{n} < \frac{b_n}{n} < 1$

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 10보다 작은 자연수  $n$ 에 대하여  $\left(\frac{n}{10}\right)^{10}$ 이 소수 여섯째 자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자가 나타날 때,  $n$ 의 값은? (단,  $\log 2 = 0.3010, \log 3 = 0.4771$ 로 계산한다.) [4점]

- ① 6            ② 5            ③ 4            ④ 3            ⑤ 2

단답형

18. 등차수열  $\{a_n\}$ 이  $a_2 + a_4 = 8, a_7 = 52$ 를 만족시킬 때, 공차를 구하십시오. [3점]

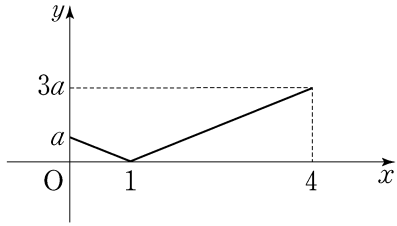
19. 다항식  $(1+x)^n$ 의 전개식에서  $x^2$ 의 계수가 45일 때, 자연수  $n$ 의 값을 구하십시오. [3점]

20. 로그부등식

$$\log_2 x \leq \log_4(12x + 28)$$

을 만족시키는 자연수  $x$ 의 개수를 구하십시오. [3점]

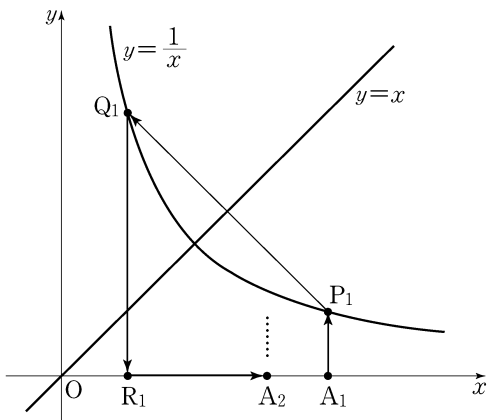
21. 연속확률변수  $X$ 가 갖는 값의 범위는  $0 \leq X \leq 4$ 이고  $X$ 의 확률밀도함수의 그래프는 다음과 같다.  $100 P(0 \leq X \leq 2)$ 의 값을 구하시오. [4점]



22. 자연수  $n$ 에 대하여 점  $A_n$ 이  $x$ 축 위의 점일 때, 점  $A_{n+1}$ 을 다음 규칙에 따라 정한다.

- (가) 점  $A_1$ 의 좌표는  $(2, 0)$ 이다.
- (나) (1) 점  $A_n$ 을 지나고  $y$ 축에 평행한 직선이 곡선  $y = \frac{1}{x} (x > 0)$ 과 만나는 점을  $P_n$ 이라 한다.
- (2) 점  $P_n$ 을 직선  $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을  $Q_n$ 이라 한다.
- (3) 점  $Q_n$ 을 지나고  $y$ 축에 평행한 직선이  $x$ 축과 만나는 점을  $R_n$ 이라 한다.
- (4) 점  $R_n$ 을  $x$ 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 점을  $A_{n+1}$ 이라 한다.

점  $A_n$ 의  $x$ 좌표를  $x_n$ 이라 하자.  $x_5 = \frac{q}{p}$ 일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.) [3점]



23. 등비수열  $\{a_n\}$ 이  $a_2 = \frac{1}{2}, a_5 = \frac{1}{6}$ 을 만족시킨다.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n a_{n+1} a_{n+2} = \frac{q}{p}$ 일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

24. 두 자연수  $a$ 와  $b$ 에 대하여 세 수  $a^n, 2^4 \times 3^6, b^n$ 이 이 순서대로 등비수열을 이룰 때,  $ab$ 의 최솟값을 구하시오. (단,  $n$ 은 자연수이다.) [4점]

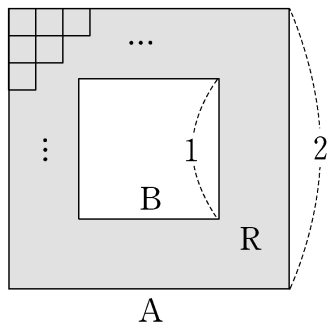
25. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 A와 한 변의 길이가 1인 정사각형 B는 변이 서로 평행하고, A의 두 대각선의 교점과 B의 두 대각선의 교점이 일치하도록 놓여 있다. A와 A의 내부에서 B의 내부를 제외한 영역을 R라 하자.

2 이상인 자연수  $n$ 에 대하여 한 변의 길이가  $\frac{1}{n}$ 인 작은 정사각형을 다음 규칙에 따라 R에 그린다.

- (가) 작은 정사각형의 한 변은 A의 한 변에 평행하다.
- (나) 작은 정사각형들의 내부는 서로 겹치지 않도록 한다.

이와 같은 규칙에 따라 R에 그릴 수 있는 한 변의 길이가  $\frac{1}{n}$ 인 작은 정사각형의 최대 개수를  $a_n$ 이라 하자. 예를 들어,

$a_2 = 12, a_3 = 20$ 이다.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{2n+1} - a_{2n}}{a_{2n} - a_{2n-1}} = c$ 라 할 때,  $100c$ 의 값을 구하시오. [4점]



5지선다형

26. 수열  $\{a_n\}$ 이  $a_{n+1} - a_n = 2n$ 을 만족시킨다.  $a_{10} = 94$ 일 때,  $a_1$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

27. 어느 방송사의 '○○ 뉴스'의 방송시간은 평균이 50분, 표준편차가 2분인 정규분포를 따른다. 방송된 '○○ 뉴스'를 대상으로 크기가 9인 표본을

임의추출하여 조사한 방송시간의 표본평균을  $\bar{X}$ 라 할 때,  $P(49 \leq \bar{X} \leq 51)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.5	0.4332
1.6	0.4452
1.7	0.4554
1.8	0.4641

- ① 0.8664      ② 0.8904      ③ 0.9108
- ④ 0.9282      ⑤ 0.9452

28. 이차정사각행렬  $A$ 와  $B$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단,  $O$ 은 영행렬이고,  $E$ 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

- ㄱ.  $(A+B)^2 = (A-B)^2$ 이면  $AB=O$ 이다.  
 ㄴ.  $A^2=E$ ,  $B^2=B$ 이면  $(ABA)^2=ABA$ 이다.  
 ㄷ.  $A(A+E)=E$ ,  $AB=-E$ 이면  $B^2=A+2E$ 이다.

- ① ㄴ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄴ, ㄷ

29. 각 면에 1, 1, 1, 2, 2, 3의 숫자가 하나씩 적혀있는 정육면체 모양의 상자를 던져 윗면에 적힌 수를 읽기로 한다. 이 상자를 3번 던질 때, 첫 번째와 두 번째 나온 수의 합이 4이고 세 번째 나온 수가 홀수일 확률은? [4점]

- ①  $\frac{5}{27}$       ②  $\frac{11}{54}$       ③  $\frac{2}{9}$       ④  $\frac{13}{54}$       ⑤  $\frac{7}{27}$

단답형

30. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자. 수열  $\{S_{2n-1}\}$ 은 공차가  $-3$ 인 등차수열이고, 수열  $\{S_{2n}\}$ 은 공차가  $2$ 인 등차수열이다.  $a_2=1$ 일 때,  $a_8$ 의 값을 구하시오. [4점]

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.